

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА**по МАТЕМАТИКЕ****9 класс****24 декабря 2011 года****Вариант №3**

| |
|--------------------------|
| Район |
| Город (населенный пункт) |
| Школа |
| Класс |
| Фамилия |
| Имя |
| Отчество |

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух частей. В первой части 18 заданий, во второй – 4 задания. Задание 23 выполняется на усмотрение учителя. Его выполнение рекомендуется учащимся математических и физико-математических классов. На выполнение работы (22 задания) отводится 3 часа (180 минут) или в сокращенном варианте (20 заданий) 2 часа (120 минут). Все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике.

Обращаем Ваше внимание, что записи в черновике не будут учитываться при оценке работы. Если задание содержит рисунок, то на этом рисунке можно проводить дополнительные построения.

Часть 1 включает 14 заданий с кратким ответом, 3 задания с выбором одного верного ответа из четырёх предложенных (задания 4, 5, 10) и одно задание на соотнесение (задание 12).

При выполнении заданий с выбором ответа обведите кружком номер выбранного ответа. Если Вы обвели не тот номер, то зачеркните обведенный номер крестиком и затем обведите номер правильного ответа.

Если ответы к заданию не приводятся, полученный ответ записывается в отведённом для этого месте. В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите рядом новый.

В задании 12 требуется соотнести некоторые объекты. Впишите в приведенную в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.

Ответом к заданию 14 является последовательность номеров верных утверждений, записанных без пробелов и использования других символов, например, 1234.

Решения заданий второй части и ответы к ним записываются на отдельном листе. Текст задания можно не переписывать, необходимо лишь указать его номер.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удастся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

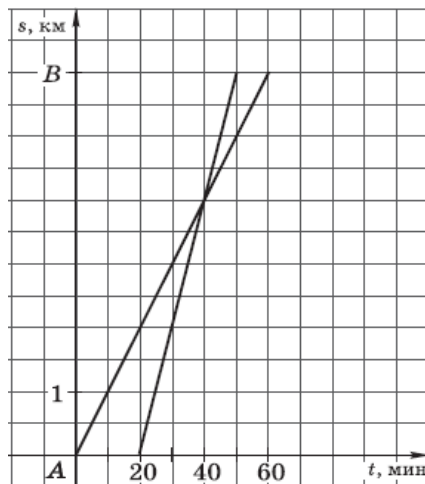
Часть 1

- 1 Расположите выражения в порядке возрастания их значений.
В ответе укажите последовательность их номеров.

1) $\frac{1}{2} - \frac{1}{6}$ 2) $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3}$ 3) $\frac{0,9}{4}$ 4) $0,48 \cdot 0,25$.

Ответ: _____.

- 2 Из пункта A в пункт B вышел пешеход, и через некоторое время вслед за ним выехал велосипедист. На рисунке изображены графики движения пешехода и велосипедиста. На сколько километров в час скорость пешехода меньше скорости велосипедиста?



Ответ: _____.

- 3 Сколько заплатит покупатель за товар, стоимостью 980 р., оплачивая его с 5%-ной скидкой по дисконтной карте?

Ответ: _____.

- 4 В каком случае преобразование выполнено верно?

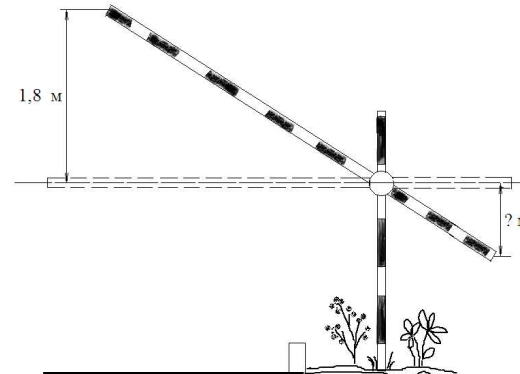
1) $(4-b)(b+4) = b^2 - 16$ 3) $(b+1)(3-2b) = 3+b-2b^2$
2) $-(b-1)(3-4b) = (1-b)(4b-3)$ 4) $(b-4)^2 = b^2 - 4b + 16$

- 5 Три тетради и две ручки стоят 24 рубля. Сколько стоит тетрадь, если она на 2 рубля дешевле ручки?

Пусть тетрадь стоит x руб. Какое уравнение соответствует условиям задачи?

1) $3(x-2) + 2x = 24$ 3) $3(x+2) + 2x = 24$
2) $3x + 2(x+2) = 24$ 4) $3x + 2(x-2) = 24$

- 6 Короткое плечо шлагбаума имеет длину 1 м, а длинное плечо – 3 м. На какую высоту (в метрах) опустится конец короткого плеча, когда конец длинного плеча поднимается на 1,8 м?

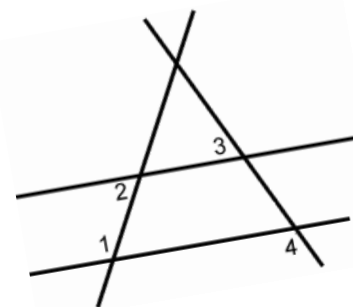


Ответ: _____.

- 7 Решите уравнение $2x^2 - 8 = 0$.

Ответ: _____.

- 8 На плоскости даны четыре прямые (см. рисунок). Известно, что $\angle 1 = 120^\circ$, $\angle 2 = 60^\circ$, $\angle 3 = 55^\circ$. Найдите $\angle 4$. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

9 Упростите выражение

$$(a^2 + ab) \frac{b}{a^2 - b^2}$$

и найдите его значение при $a = \sqrt{7} - 1$, $b = \sqrt{7} + 1$.

Ответ: _____.

10 Для работы в модельном агентстве отбирают кандидатов с ростом не менее 172 см. Есть 4 группы кандидатов. В какой из групп заведомо половина кандидатов подходит по росту? Про группы известно следующее:

- 1) в первой группе средний рост равен 174 см;
- 2) во второй группе наибольший рост равен 184 см;
- 3) в третьей группе минимальный рост равен 162 см;
- 4) в четвертой группе медиана роста равна 174 см.

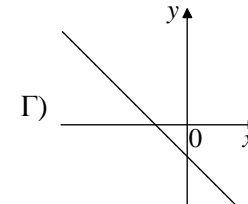
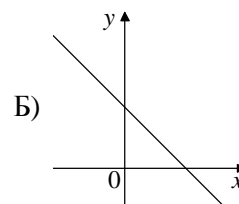
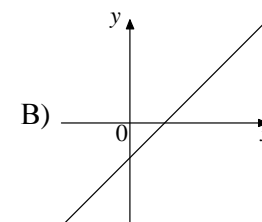
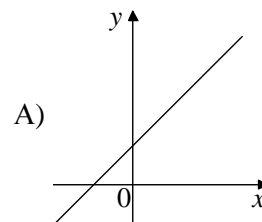
11 В таблице даны результаты четырех стрелков, показанные ими на тренировке. Тренер решил послать на соревнования того стрелка, у которого в среднем на один выстрел приходится больше выбитых очков. Кого из стрелков выберет тренер? В ответе укажите номер спортсмена.

| № | Фамилия | Число выстрелов | Число выбитых очков |
|---|----------|-----------------|---------------------|
| 1 | Алексеев | 30 | 240 |
| 2 | Бобров | 48 | 210 |
| 3 | Веденеев | 60 | 260 |
| 4 | Галкин | 25 | 190 |

Ответ: _____.

12 Даны четыре прямых $y = kx + b$. Для каждой прямой укажите знаки коэффициентов k и b .

ГРАФИКИ



ЗНАЧЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ

1) $k > 0, b > 0$

3) $k < 0, b > 0$

2) $k > 0, b < 0$

4) $k < 0, b < 0$

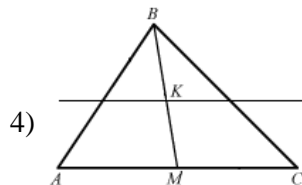
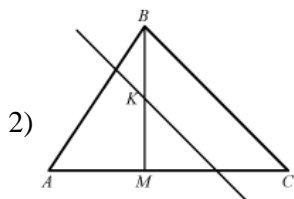
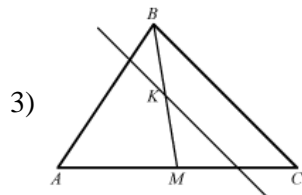
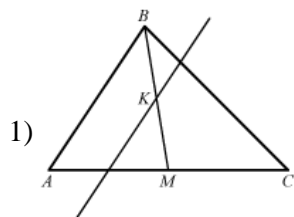
Ответ:

| А | Б | В | Г |
|---|---|---|---|
| | | | |

13 Укажите два соседних целых числа, между которыми заключено число $3\sqrt{7}$?

Ответ: _____.

- 14** Укажите номер рисунка, соответствующего следующим данным: «Через середину K медианы BM треугольника ABC проведена прямая, параллельная стороне BC ».

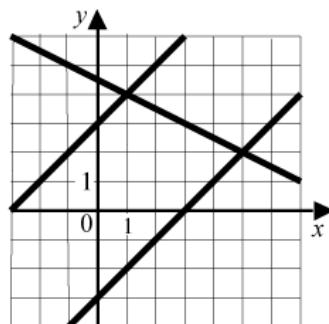


Ответ:

- 15** Используя графики, решите систему уравнений

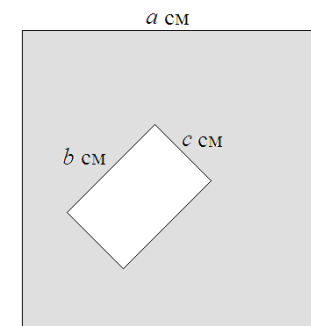
$$\begin{cases} x - y = 3, \\ x + 2y = 9. \end{cases}$$

Ответ:



- 16** Из квадрата со стороной a вырезали прямоугольник со сторонами b и c . Составьте выражение для вычисления площади закрашенной фигуры.

Ответ:



- 17** Период колебания математического маятника T (в секундах) приблизительно можно вычислить по формуле $T = 2\sqrt{l}$, где l – длина нити (в метрах). Пользуясь данной формулой, найдите длину нити маятника, период колебаний которого составляет 7 с.

Ответ:

- 18** Решите неравенство $4(x - 3) \geq 9 - 3x$.

Ответ:

Часть 2

При выполнении заданий 19–23 используйте отдельный лист (бланк). Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.

19 Решите уравнение $x^3 - 5x = 4x^2$.

20 Середина M основания AD трапеции $ABCD$ равноудалена от концов другого основания. Докажите, что трапеция $ABCD$ равнобедренная.

21 Постройте график функции

$$y = \begin{cases} 2x + 1, & \text{если } x < 0, \\ 1 - 1,5x, & \text{если } 0 \leq x < 2, \\ x - 4, & \text{если } x \geq 2 \end{cases}$$

и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно две общие точки.

22 Пристани A и B расположены на реке, скорость течения которой на этом участке равна 4 км/ч. Лодка проходит от A до B и обратно без остановок со средней скоростью 6 км/ч. Найдите собственную скорость лодки.

23 Длина катета AC прямоугольного треугольника ABC равна 8 см. Окружность с диаметром AC пересекает гипотенузу AB в точке M . Найдите площадь треугольника ABC , если известно, что $AM : MB = 16 : 9$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

по МАТЕМАТИКЕ

9 класс

24 декабря 2011 года

Вариант №4

| | |
|--------------------------|--|
| Район | |
| Город (населенный пункт) | |
| Школа | |
| Класс | |
| Фамилия | |
| Имя | |
| Отчество | |

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух частей. В первой части 18 заданий, во второй – 4 задания. Задание 23 выполняется на усмотрение учителя. Его выполнение рекомендуется учащимся математических и физико-математических классов. На выполнение работы (22 задания) отводится 3 часа (180 минут) или в сокращенном варианте (20 заданий) 2 часа (120 минут). Все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике.

Обращаем Ваше внимание, что записи в черновике не будут учитываться при оценке работы. Если задание содержит рисунок, то на этом рисунке можно проводить дополнительные построения.

Часть 1 включает 14 заданий с кратким ответом, 3 задания с выбором одного верного ответа из четырёх предложенных (задания 4, 5, 10) и одно задание на соотнесение (задание 12).

При выполнении заданий с выбором ответа обведите кружком номер выбранного ответа. Если Вы обвели не тот номер, то зачеркните обведенный номер крестиком и затем обведите номер правильного ответа.

Если ответы к заданию не приводятся, полученный ответ записывается в отведённом для этого месте. В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите рядом новый.

В задании 12 требуется соотнести некоторые объекты. Впишите в приведенную в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.

Ответом к заданию 14 является последовательность номеров верных утверждений, записанных без пробелов и использования других символов, например, 1234.

Решения заданий второй части и ответы к ним записываются на отдельном листе. Текст задания можно не переписывать, необходимо лишь указать его номер.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удастся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

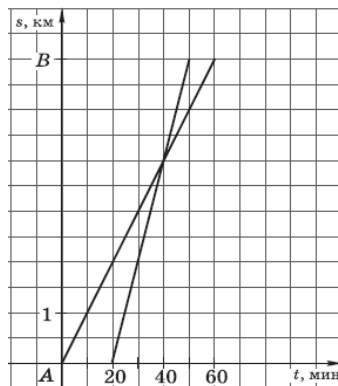
Часть 1

- 1 Расположите выражения в порядке убывания их значений.
В ответе укажите последовательность их номеров.

1) $0,72 \cdot 0,25$ 2) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$ 3) $\frac{1}{4} - \frac{1}{5}$ 4) $\frac{0,7}{4}$

Ответ: _____.

- 2 Из пункта A в пункт B вышел пешеход, и через некоторое время вслед за ним выехал велосипедист. На рисунке изображены графики движения пешехода и велосипедиста. На сколько минут меньше затратил на путь из A в B велосипедист, чем пешеход?



Ответ: _____.

- 3 Группа из двенадцати детей и двоих взрослых идёт на экскурсию в музей. Взрослый билет стоит 200 рублей. Билет для школьника продается со скидкой 50%. Сколько нужно заплатить за билеты для всей группы? Ответ дайте в рублях.

Ответ: _____.

- 4 В каком случае преобразование выполнено верно?

1) $(5+a)(a-5) = 25 - a^2$ 3) $-(a-1)(2-3a) = (1-a)(3a-2)$
2) $(a+3)^2 = a^2 + 3a + 9$ 4) $(a-1)(2-3a) = 5a - 2 - 3a^2$

- 5 От города до поселка автомобиль доехал за 3 ч. Если бы его скорость была на 25 км/ч выше, он затратил бы на этот путь на 1 ч меньше. Чему равно расстояние от города до поселка?
Пусть x км – расстояние от города до поселка. Какое уравнение соответствует условию задачи?

1) $\frac{x}{2} - \frac{x}{3} = 25$

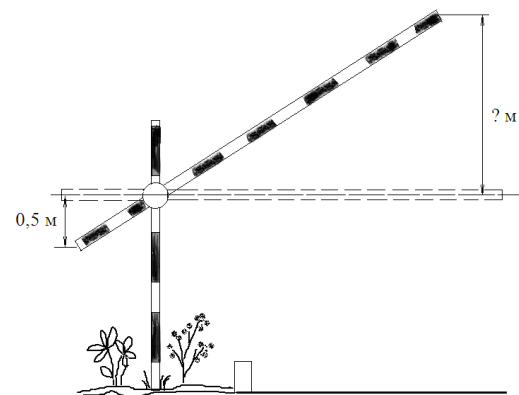
2) $\frac{x}{3} - \frac{x}{2} = 25$

3) $\frac{2}{x} - \frac{3}{x} = 25$

4) $\frac{3}{x} - \frac{2}{x} = 25$

- 6 Короткое плечо шлагбаума имеет длину 1 м, а длинное плечо – 4 м. На какую высоту (в метрах) поднимается конец длинного плеча, когда конец короткого опускается на 0,5 м?

Ответ: _____.

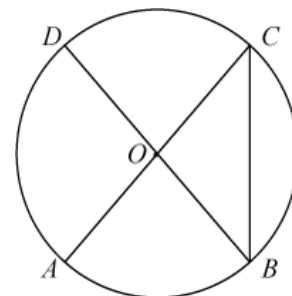


- 7 Решите уравнение $2x^2 - 14x = 0$.

Ответ: _____.

- 8 Величина центрального угла AOD равна 110° (см. рисунок). Найдите величину вписанного угла ACB . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.



9 Упростите выражение

$$\frac{x}{x^2 - y^2} \cdot (y^2 - xy)$$

и найдите его значение при $x = 1 - \sqrt{5}$, $y = 1 + \sqrt{5}$.

Ответ: _____.

10 Общий вес восьми десятидневных щенков одного помёта равен 4 кг 480 г. Щенок Тузик весит 590 г. Какое из следующих утверждений наверняка справедливо?

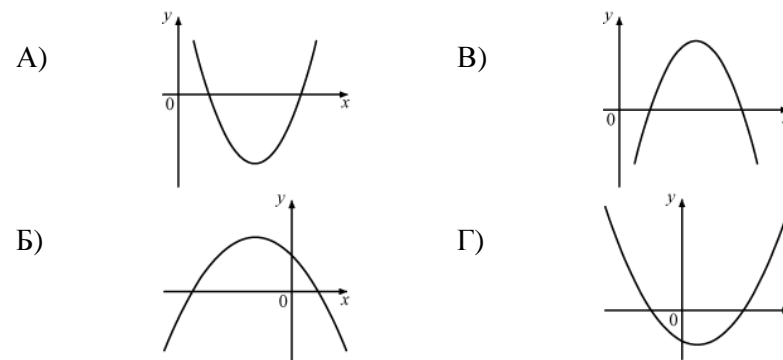
- 1) Средний вес щенков в помёте равен 580 г.
- 2) В помёте обязательно есть щенок весом 530 г.
- 3) В помёте обязательно есть щенок весом 560 г.
- 4) В помёте обязательно есть щенок весом менее 560 г.

11 В школьной волейбольной команде пять игроков – три мальчика и две девочки. Игроки бросают жребий, кому первому подавать мяч в игру. Найдите вероятность того, что жребий выпадет одной из девочек.

Ответ: _____.

12 Даны графики функций $y = ax^2 + bx + c$. Для каждого графика укажите соответствующие ему знаки коэффициентов a и c .

ГРАФИКИ



ЗНАЧЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ

- 1) $a > 0, c > 0$
- 2) $a > 0, c < 0$
- 3) $a < 0, c > 0$
- 4) $a < 0, c < 0$

Ответ:

| А | Б | В | Г |
|---|---|---|---|
| | | | |

13 Какое целое число расположено между числами $2\sqrt{14}$ и $6\sqrt{2}$?

Ответ: _____.

14 Укажите в ответе номера **неверных** утверждений.

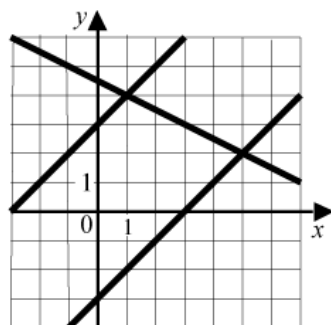
- 1) Если две стороны и угол одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу другого треугольника, то такие треугольники равны.
- 2) Существует трапеция, все стороны которой различны.
- 3) В треугольнике против меньшей стороны лежит больший угол.
- 4) Каждая медиана равнобедренного треугольника является биссектрисой и высотой.
- 5) В любом ромбе противоположные стороны равны.

Ответ: _____.

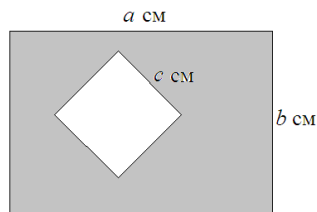
- 15 Используя графики, решите систему уравнений

$$\begin{cases} y - x = 3, \\ x + 2y = 9. \end{cases}$$

Ответ: _____.



- 16 Из прямоугольника со сторонами a и b вырезали квадрат со стороной c (см. рисунок). Составьте выражение для вычисления площади закрашенной фигуры.



Ответ: _____.

- 17 Период колебания математического маятника T (в секундах) приближенно можно вычислить по формуле $T = 2\sqrt{l}$, где l – длина нити (в метрах). Выразите из этой формулы длину нити l .

Ответ: _____.

- 18 Решите неравенство $\frac{2}{3} - x > \frac{5}{6}$.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 19–23 используйте отдельный лист (бланк). Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.

- 19 Решите уравнение $x^3 - 7x = 6x^2$.

- 20 Дана равнобедренная трапеция $ABCD$. Точка M лежит на основании AD и равноудалена от концов другого основания. Докажите, что M – середина основания AD .

- 21 Постройте график функции

$$y = \begin{cases} 1,5x + 2, & \text{если } x < 0, \\ 2 - x, & \text{если } 0 \leq x < 1, \\ x, & \text{если } x \geq 1 \end{cases}$$

и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно две общие точки.

- 22 Пристани A и B расположены на реке, скорость течения которой на этом участке равна 3 км/ч. Лодка проходит от A до B и обратно без остановок со средней скоростью 8 км/ч. Найдите собственную скорость лодки.

- 23 Длина катета AC прямоугольного треугольника ABC равна 3 см. Окружность с диаметром AC пересекает гипотенузу AB в точке M . Найдите площадь треугольника ABC , если известно, что $AM : MB = 9 : 16$.

Ответы к заданиям с кратким ответом

| № задания | Ответ |
|-----------|-------|
| B1 | 2431 |
| B2 | 6 |
| B3 | 931 |
| B4 | 3 |
| B5 | 2 |
| B6 | 0,6 |
| B7 | -2;2 |
| B8 | 125 |
| B9 | -3 |

| № задания | Ответ |
|-----------|------------|
| B10 | 4 |
| B11 | 1 |
| B12 | 1324 |
| B13 | 7;8 |
| B14 | 3 |
| B15 | 5;2 |
| B16 | $a^2 - bc$ |
| B17 | 12,25 |
| B18 | $x \geq 3$ |

Ответы к заданиям с кратким ответом

| № задания | Ответ |
|-----------|-------|
| B1 | 1423 |
| B2 | 30 |
| B3 | 1600 |
| B4 | 4 |
| B5 | 1 |
| B6 | 2 |
| B7 | 0;7 |
| B8 | 35 |
| B9 | 2 |

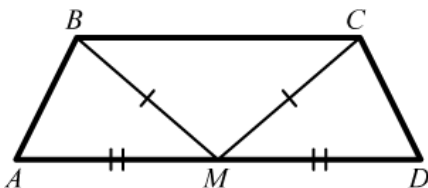
| № задания | Ответ |
|-----------|--------------|
| B10 | 4 |
| B11 | 0,4 |
| B12 | 1342 |
| B13 | $8; +\infty$ |
| B14 | 134 |
| B15 | 1;4 |
| B16 | $ab - c^2$ |
| B17 | $l = T^2/4$ |
| B18 | $x < -1/6$ |

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом:**19** Решите уравнение $x^3 = 4x^2 + 5x$.**Решение.** Перенесем все члены в левую часть и вынесем x за скобки:

$$x(x^2 - 4x - 5) = 0, \text{ откуда } x = 0 \text{ или } x^2 - 4x - 5 = 0$$

Решая квадратное уравнение, находим: $x = -1$ или $x = 5$.**Ответ:** $-1; 0; 5$.

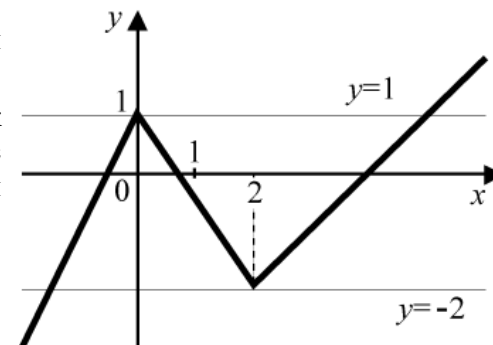
| Критерии оценивания выполнения задания | Баллы |
|---|-------|
| Уравнение решено верно, получен верный ответ | 2 |
| Решение уравнения доведено до конца, но допущена ошибка или описка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно | 1 |
| Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям | 0 |
| Максимальный балл | 2 |

20 Середина M основания AD трапеции $ABCD$ равноудалена от концов другого основания. Докажите, что трапеция $ABCD$ равнобедренная.**Доказательство.** Треугольник BMC равнобедренный. Поэтому $\angle CBM = \angle BCM$. По свойству параллельных прямых $\angle CBM = \angle BMA$ и $\angle BCM = \angle CMD$. Следовательно, $\angle BMA = \angle CMD$. Значит, треугольники BMA и CMD равны по двум сторонам и углу между ними. Следовательно, $AB = CD$.

| Критерии оценивания выполнения задания | Баллы |
|---|-------|
| Доказательство верное | 2 |
| Доказательство в целом верное, но не обосновано равенство треугольников | 1 |
| Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям | 0 |
| Максимальный балл | 2 |

21 Постройте график функции

$$y = \begin{cases} 2x+1, & \text{если } x < 0, \\ -1,5x+1, & \text{если } 0 \leq x < 2, \\ x-4, & \text{если } x \geq 2 \end{cases}$$

и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно две общие точки.**Решение.** График функции состоит из двух лучей и отрезка.На рисунке видно, что график имеет ровно две общие точки с горизонтальными прямыми $y = -2$ и $y = 1$.**Ответ:** $1; -2$.

| Критерии оценивания выполнения задания | Баллы |
|---|-------|
| График построен правильно, верно указаны все значения c , при которых прямая $y = c$ имеет с графиком ровно две общие точки | 3 |
| График построен правильно, но указаны значения c не указаны, указаны неверно или не все. | 2 |
| Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям | 0 |
| Максимальный балл | 3 |

- 22** Пристани A и B расположены на реке, скорость течения которой на этом участке равна 4 км/ч. Лодка проходит от A до B и обратно без остановок со средней скоростью 6 км/ч. Найдите собственную скорость лодки.

Решение. Пусть x км/ч – собственная скорость лодки. Тогда скорость движения по течению равна $x + 4$ км/ч, а скорость движения против течения равна $x - 4$ км/ч. Обозначим S расстояние между пристанями. Время, затраченное на весь путь, равно

$$\frac{S}{x+4} + \frac{S}{x-4}.$$

По условию средняя скорость равна 6 км/ч, а весь путь равен $2S$. Следовательно,

$$\left(\frac{S}{x+4} + \frac{S}{x-4} \right) \cdot 6 = 2S.$$

Решим это уравнение:

$$\frac{1}{x+4} + \frac{1}{x-4} = \frac{1}{3}; \quad \frac{2x}{x^2-16} = \frac{1}{3}; \quad \begin{cases} x^2 - 6x - 16 = 0, \\ x^2 - 16 \neq 0. \end{cases}$$

Получаем: $x = 8$ или $x = -2$. Корень -2 не является решением задачи. Значит, скорость лодки равна 8 км/ч.

Ответ: 8 км/ч.

| Критерии оценивания выполнения задания | Баллы |
|---|-------|
| Правильно составлено уравнение, получен верный ответ | 4 |
| Правильно составлено уравнение, но при его решении допущена вычислительная ошибка, с её учётом решение доведено до ответа | 3 |
| Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям | 0 |
| Максимальный балл | 4 |

- 23** Длина катета AC прямоугольного треугольника ABC равна 8 см. Окружность с диаметром AC пересекает гипотенузу AB в точке M . Найдите площадь треугольника ABC , если известно, что $AM : MB = 16 : 9$.

Решение. Пусть $BC = y$ см, $AM = 16x$ см и $MB = 9x$ см.

Поэтому гипотенуза $AB = 25x$ см.

По теореме Пифагора: $y^2 = 625x^2 - 64$.

По теореме о секущей и касательной

$$y^2 = 25x \cdot 9x = 225x^2.$$

Следовательно, $225x^2 = 625x^2 - 64$, откуда

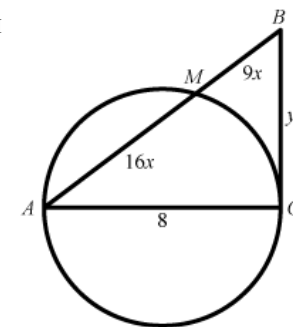
$$x^2 = \frac{4}{25}.$$

Тогда $y^2 = 225 \cdot \frac{4}{25}$; $y = \frac{15 \cdot 2}{5} = 6$.

Следовательно, площадь треугольника равна

$$\frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 6 = 24 \text{ см}^2.$$

Ответ: 24 см².



| Критерии оценивания выполнения задания | Баллы |
|--|-------|
| Решение задачи верное, все его шаги обоснованы, получен верный ответ | 4 |
| Решение задачи в целом верное, но допущена одна вычислительная ошибка, из-за которой, возможно, получен неверный ответ | 3 |
| Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям | 0 |
| Максимальный балл | 4 |

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

19 Решите уравнение $x^3 = 6x^2 + 7x$.

Решение. Перенесем все члены в левую часть и вынесем x за скобки:

$$x(x^2 - 6x - 7) = 0, \text{ откуда } x = 0 \text{ или } x^2 - 6x - 7 = 0.$$

Решая квадратное уравнение, находим: $x = -1$ или $x = 7$.

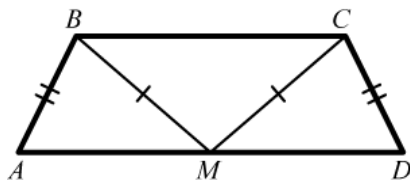
Ответ: $-1; 0; 7$.

| Критерии оценивания выполнения задания | Баллы |
|---|-------|
| Уравнение решено верно, получен верный ответ | 2 |
| Решение уравнения доведено до конца, но допущена ошибка или описка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно | 1 |
| Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям | 0 |
| Максимальный балл | 2 |

20 Дана равнобедренная трапеция $ABCD$. Точка M лежит на основании AD и равноудалена от концов другого основания. Докажите, что M середина основания AD .

Доказательство. Треугольник BMC равнобедренный. Поэтому

$\angle CBM = \angle BCM$. В равнобедренной трапеции $\angle ABC = \angle DCB$. Отсюда следует, что $\angle ABM = \angle DCM$. Значит, треугольники BMA и CMD равны по двум сторонам и углу между ними. Следовательно, $AM = MD$.



| Критерии оценивания выполнения задания | Баллы |
|---|-------|
| Доказательство верное | 2 |
| Доказательство в целом верное, но не обосновано равенство треугольников | 1 |
| Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям | 0 |
| Максимальный балл | 2 |

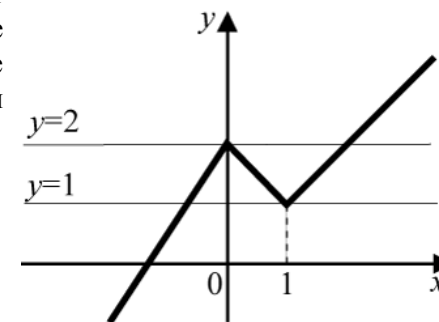
21 Постройте график функции

$$y = \begin{cases} 1,5x + 2, & \text{если } x < 0, \\ 2 - x, & \text{если } 0 \leq x < 1, \\ x, & \text{если } x \geq 1 \end{cases}$$

и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Решение. График функции состоит из двух лучей и отрезка. На рисунке видно, что график имеет ровно две общие точки с горизонтальными прямыми $y = 1$ и $y = 2$.

Ответ: $2; 1$.



| Критерии оценивания выполнения задания | Баллы |
|---|-------|
| График построен правильно, верно указаны все значения c , при которых прямая $y = c$ имеет с графиком ровно две общие точки | 3 |
| График построен правильно, но значения c не указаны, указаны неверно или не все. | 2 |
| Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям | 0 |
| Максимальный балл | 3 |

- 22** Пристани A и B расположены на реке, скорость течения которой на этом участке равна 3 км/ч. Лодка проходит от A до B и обратно без остановок со средней скоростью 8 км/ч. Найдите собственную скорость лодки.

Решение. Пусть x км/ч – собственная скорость лодки. Тогда скорость движения по течению равна $x+3$ км/ч, а скорость движения против течения равна $x-3$ км/ч. Обозначим S расстояние между пристанями.

Время, затраченное на весь путь, равно

$$\frac{S}{x+3} + \frac{S}{x-3}.$$

По условию средняя скорость равна 8 км/ч, а весь путь равен $2S$. Следовательно,

$$\left(\frac{S}{x+3} + \frac{S}{x-3} \right) \cdot 8 = 2S.$$

Решим это уравнение:

$$\frac{1}{x+3} + \frac{1}{x-3} = \frac{1}{4}; \quad \frac{2x}{x^2-9} = \frac{1}{4}; \quad \begin{cases} x^2-8x-9=0, \\ x^2-9 \neq 0. \end{cases}$$

Получаем: $x=9$ или $x=-1$. Корень -1 не является решением задачи. Значит, скорость лодки равна 9 км/ч.

Ответ: 9 км/ч.

| Критерии оценивания выполнения задания | Баллы |
|---|-------|
| Правильно составлено уравнение, получен верный ответ | 4 |
| Правильно составлено уравнение, но при его решении допущена вычислительная ошибка, с её учётом решение доведено до ответа | 3 |
| Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям | 0 |
| Максимальный балл | 4 |

- 23** Длина катета AC прямоугольного треугольника ABC равна 3 см. Окружность с диаметром AC пересекает гипотенузу AB в точке M . Найдите площадь треугольника ABC , если известно, что $AM:MB=9:16$.

Решение. Пусть $BC = y$ см, $AM = 9x$ см и $MB = 16x$ см.

Поэтому гипотенуза $AB = 25x$ см.

По теореме Пифагора: $y^2 = 625x^2 - 9$.

По теореме о секущей и касательной

$$y^2 = 25x \cdot 16x = 400x^2.$$

Следовательно, $400x^2 = 625x^2 - 9$, откуда

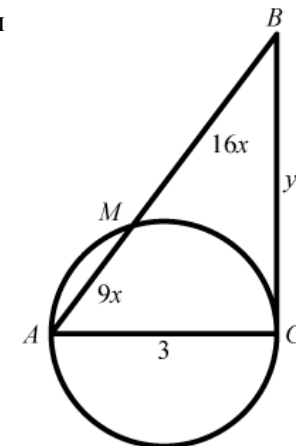
$$x^2 = \frac{1}{25}.$$

Тогда $y^2 = 400 \cdot \frac{1}{25}$; $y = \frac{20}{5} = 4$.

Следовательно, площадь треугольника равна

$$\frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6 \text{ см}^2.$$

Ответ: 6 см^2 .



| Критерии оценивания выполнения задания | Баллы |
|--|-------|
| Решение задачи верное, все его шаги обоснованы, получен верный ответ | 4 |
| Решение задачи в целом верное, но допущена одна вычислительная ошибка, из-за которой, возможно, получен неверный ответ | 3 |
| Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям | 0 |
| Максимальный балл | 4 |